

Konzepte der Nichtlinearen Dynamik

HD DR. JENS TIMMER

Aufgabenblatt 5

Aufgabe 1 Das Lorenz-System

Integriere das Lorenz-System

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \sigma(y - x) \\ \dot{y} &= -y + x(r - z) \\ \dot{z} &= xy - bz\end{aligned}$$

mit $\sigma = 10$, $b = 8/3$, $r = 28$ mit Hilfe von Runge-Kutta 4. Ordnung und Samplingzeit $\Delta t = 0.01$.

- Vergleiche zwei Zeitreihen der x -Komponente mit leicht unterschiedlichen Startwerten.

Vergleiche das Ergebnis mit dem entsprechenden Resultat für den van der Pol Oszillator.

- Untersuche das Bifurkationsverhalten des Lorenz-Systems für den Kontrollparameter r im Bereich $r \in [0, 42]$.

Betrachte besonders

- das Attraktionsverhalten des Ursprung für verschiedene Werte $r < 1$.
- $r = 12$ mit Startwerten $(4, 5, 15)$ und $(4, -5, 15)$.
- $r = 23$: Simuliere mit Startwerten $(4, 5, 15)$ und leichten Variationen darum sehr lange Zeitreihen und entdecke die chaotischen Transienten im Phasen- und im Zeitraum.
- Erstelle für die obigen Standardparameter die return-map der Maxima der z -Komponente basierend auf 100.000 Datenpunkten.
 - Warum kann die map nicht eindimensional sein ? Was wäre, wenn sie 1D wäre ?
 - Warum sieht sie so eindimensional aus ?

Münster Aufgabe:

Wie erklärt sich der berühmteste Wasserspeier des Münsters ?