
Statistik und Numerik
Vorlesung Prof. Dr. Jens Timmer
Übungen Helge Hass, Mirjam Fehling-Kaschek
Aufgabenzettel Nr. 1

Aufgabe 1: MATLAB Einführung

Für eine kurze Einführung in MATLAB siehe:

http://jeti.uni-freiburg.de/vorles_stat_num/stat_num.pdf/matlab-primer.pdf
bzw. https://www.mathworks.com/help/pdf_doc/matlab/getstart.pdf

- (i) Mache dich vertraut mit der MATLAB-Hilfe, z.B.: `help randn`, `doc plot`
- (ii) Erzeuge die Quadratzahlen n^2 für $n = 1, \dots, 100$.
- (iii) Plote $\sin(\omega t_i)$ für $\omega = 2\pi/T$, $T = 0.2, 0.5, 0.1$ für $t_i = 0, 0.01, 0.02, \dots, 1$.
- (iv) Berechne die Inverse der Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & 0.5 & 0.3 \\ 0.5 & 1 & 0.4 \\ 0.3 & 0.4 & 1 \end{pmatrix}$$

- (v) Generiere 100 Datenpunkte der *logistischen Abbildung*

$$x(i+1) = rx(i)(1-x(i))$$

für $x(0) \in [0, 1]$ und verschiedene $r \in [0, 4]$. Plote $(i, x(i))$ und $(x(i), x(i+1))$.

Aufgabe 2: Zentraler Grenzwertsatz

- Sei $p(x)$ die Dichte einer Zufallszahl. Dann ist die *kumulative Verteilung*

$$cdf(x) = \int_{-\infty}^x p(x') dx'$$

Gegeben N Realisierungen einer Zufallszahl, so erhält man die *empirische kumulative Verteilung* wie folgt:

- Sortiere die Zahlen aufsteigend
- Dieses bildet die x -Werte $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_N$
- Bilde die y -Werte durch $y_i = i/N$
- Gaußverteilung
 - Realisiere 1000 Gaußsche Zufallszahlen $\mathcal{N}(0, 1)$
 - Plote ihre empirische kumulative Verteilung
- Summen von Gleichverteilungen
 - Realisiere 1000 Summen von M Gleichverteilungen $\mathcal{U}(0, 1)$
 - Diese bilden die Daten

$$x_i = \sum_{j=1}^M \varepsilon_j, \quad \varepsilon_j \in \mathcal{U}(0, 1), \quad i = 1, \dots, 1000$$

- Normiere Daten auf Mittelwert 0 und Varianz 1
- Plote ihre empirische kumulative Verteilung
- Mache dieses für $M = 1, \dots, 20$

- Ab welchem M ist die Summe von gleichverteilten Zufallszahlen nicht mehr von einer Gaußverteilung zu unterscheiden?
- Betrachte *quantile-quantile (qq) - Plots*. Plote hierzu die sortierten Summen gegen die sortierten Gaußverteilten Zufallszahlen. Interpretiere das Ergebnis für unterschiedliche M .