

Konzepte der Nichtlinearen Dynamik

HD DR. JENS TIMMER

Aufgabenblatt Nr. 1b

Aufgabe 1 Zentraler Grenzwertsatz

- Sei $p(x)$ die Dichte einer Zufallszahl.

Dann ist die kumulative Verteilung

$$cum(x) = \int_{-\infty}^x p(x') dx'$$

Gegeben N Realisierungen einer Zufallszahl, so erhält man die empirische kumulative Verteilung wie folgt :

- Sortiere die Zahlen aufsteigend
- Dieses bildet die x -Werte x_1, x_2, \dots, x_N
- Bildet die y -Werte durch $y_i = i/N$
- Gaußverteilung
 - Realisiere 1000 Gaußsche Zufallszahlen $N(0, 1)$
 - Plote ihre empirische kumulative Verteilung
- Summen von Gleichverteilungen
 - Realisiere 1000 Summen von M Gleichverteilungen $U(0, 1)$
 - Diese bilden die Daten
$$x_i = \sum_{j=1}^M \epsilon_j, \quad \epsilon_j \in U(0, 1), \quad i = 1, \dots, 1000$$
 - Normiere Daten auf Mittelwert 0 und Varianz 1
 - Plote ihre empirische kumulative Verteilung
 - Mache dieses für $M = 1, \dots, 20$
- Ab welchem M ist die Summe von gleichverteilten Zufallszahlen nicht mehr von einer Gaußverteilung zu unterscheiden ?
- Betrachte "quantile-quantile (qq) - plots". Plote hierzu die sortierten Summen gegen die sortierten Gauß-verteilten Zufallszahlen.
Interpretiere das Ergebnis für unterschiedliche M .