
Von der Mathematischen Biologie zur Systembiologie

(Vorlesung Prof. Dr. J. Timmer)

Aufgabenzettel Nr. 3

Aufgabe 7 (Übung): Das SIR-Modell

Das SIR-Modell ist durch die folgenden Differentialgleichungen gegeben:

$$\dot{S}(t) = -r \cdot S(t) \cdot I(t), \quad (1)$$

$$\dot{I}(t) = r \cdot S(t) \cdot I(t) - a \cdot I(t), \quad (2)$$

$$\dot{R}(t) = a \cdot I(t). \quad (3)$$

Dabei sind S, I und R nicht-negative differenzierbare Funktionen, r und a sind positive Parameter.

- i.) Implementieren Sie das SIR-Modell mit den Parametern $r = 0,1$; $a = 50$ und den Startwerten $N = R(t = 0) + S(t = 0) + I(t = 0) = 1000$ und $R(t = 0) = 0$.
- ii.) Für welche Anzahl von zu Beginn infizierten Individuen ergibt sich eine Epidemie?
- iii.) Simulieren Sie das System im Konfigurationsraum für $S(t = 0) = 950$ und $S(t = 0) = 450$.
- iv.) Erstellen Sie eine Phasenraumdarstellung $(S(t), I(t))$ für verschiedene Infektionsraten r .
- v.) Untersuchen Sie den Einfluß der Parameter r und a auf die Schwere der Epidemie. Erklären Sie das Ergebnis.
- vi.) Erstellen Sie eine Phasenraumdarstellung $(S(t), I(t))$ für verschiedene Infektionsraten r bei $a = 50$, $I(t = 0) = 1$ und $N = 1000$.
- vii.) Simulieren Sie das System im Konfigurationsraum für $I(0) = 50$ und verschiedene $S(t = 0)$. Machen Sie sich daran den Unterschied zwischen einer Epidemie in Manhattan (27.500 Einwohner pro km^2) und der Mongolei (1,7 Einwohner pro km^2) klar.